Professor: Eduardo Brito

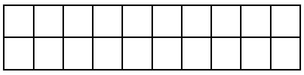
E-mail: profbritocefet@gmail.com

Instagram: oedubrito

1) (IME) Uma série de Fibonacci é uma sequência de valores definida da seguinte maneira:
- Os dois primeiros termos são iguais à unidade, isto é, $T_1 = T_2 = 1$
- Cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois termos anteriores, isto é, $T_N = T_{N-1} + T_{N-2}$. Se $T_{18} = 2584$ e $T_{21} = 10946$, então T_{22} é igual a:

a) 12225
b) 13530
c) 17711
d) 20412
e) 22121

2) Considere um tabuleiro retangular do tipo 2x10.



O tabuleiro deve ser preenchido com peças do tipo 1x2 ou 2x1.

De quantas formas distintas isso pode ser feito?

a) 55
b) 89
c) 144
d) 233
e) 377

3) Seja $(a_n)_{n\geq 1}$ uma sequência tal que $a_1 = 0, a_2 = 1$ e $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 2a_n$. Encontrar a_n.

a) $a_n = \frac{i}{2}\left[(1-i)^{n-1} + (1+i)^{n-1}\right]$

b) $a_n = \frac{i}{2}\left[(1-i)^{n-1} - (1+i)^{n-1}\right]$

c) $a_n = i\left[(1-i)^{n-1} - (1+i)^{n-1}\right]$

d) $a_n = -i.\left[(1-i)^{n-1} - (1+i)^{n-1}\right]$

e) $a_n = \frac{i}{2}\left[(1-i)^{n1} - (1+i)^{n1}\right]$

4) Considere a sequência definida por: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} + a_{n-1} = 2(a_{n+1} + a_n)$. Prove que todos os membros da sequência são quadrados perfeitos.

5)Sabendo que: $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^2} = \frac{\pi^2}{6}$, qual é o valor da soma: $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$?

a) $\frac{\pi^2}{4}$

b) $\frac{\pi^2}{6}$

c) $\frac{\pi^2}{8}$

d) $\frac{\pi^2}{16}$

e) $\frac{\pi^2}{32}$

6) Sabendo que: $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^2} = \frac{\pi^2}{6}$, qual é o valor da soma: $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \ldots$?

a) $\frac{\pi^2}{4}$

b) $\frac{\pi^2}{12}$

c) $\frac{\pi^2}{18}$

d) $\frac{\pi^2}{24}$

e) $\frac{\pi^2}{32}$

7) Qual é o valor da soma:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \frac{5}{10^5} + \frac{8}{10^6} \ldots,$$

onde os numeradores são os números que aparecem na sequência de Fibonacci e os denominadores são potências de base 10?

a) 10/83
b) 10/89
c) 10/91
d) 10/94
e) 10/99

8) Considere a sequência: $u_n = \sqrt{a + u_{n-1}}$ para todo $n \geq 2$ e $u_1 = \sqrt{a}$, onde a é um número real. Encontre o valor de a, para que u_n, quando n tende ao infinito, seja igual a 5.

9) (IME) Ache a soma da série: $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \ldots$

10) (IME) Seja $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + 79^2$. O valor de S satisfaz:

a) $S < 7 \times 10^4$

b) $7 \times 10^4 \leq S < 8 \times 10^4$

c) $8 \times 10^4 \leq S < 9 \times 10^4$

d) $9 \times 10^4 \leq S < 10^5$

e) $S \geq 10^5$

11) Observe a incrível sequência:

$1,3,4,9,10,12,13,\ldots$ onde cada um de seu termo ou é uma potência de base 3 ou é obtido somando-se potências de bases 3. Vale ressaltar que todos os seus termos estão escritos em ordem crescente. O centésimo termo da sequência é:

a) 780
b) 981
c) 1025
d) 1666
e) 1799

12) Uma loteria só distribui prêmios, em reais, expressos por números que são potências de 13, isto é, 1, 13, 169, 2197, 28561, 371293, 4826809. Se a arrecadação de um determinado concurso foi de 13 milhões de reais e todo dinheiro foi distribuído, de modo que cada prêmio individual não ultrapasse dez vezes cada um daqueles valores, quantos prêmios de 169 reais foram distribuídos?

a) 0
b) 2
c) 9
d) 7
e) 9

13) Consideremos três números r, s e t, de modo que

$$r^0+s^0+t^0=3$$
$$r^1+s^1+t^1=6$$
$$r^2+s^2+t^2=8$$
$$r^3+s^3+t^3=5$$

Calcule $r^4+s^4+t^4$.

a) 0
b) 11
c) 12
d) 24
e) 48

14) (IME) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n.(n+1)}$. Calcule E.

a) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{6}{7}$
d) $\frac{7}{8}$
e) ∞

15) Um garoto tem 10 reais. Todo dia, ele realiza exatamente uma das seguintes compras: um bolo que custa R$ 1, 00, um sorvete que custa R$ 2, 00 ou um pastel que também custa R$ 2, 00. De quantas maneiras o menino pode gastar seu dinheiro?

a) 468
b) 683
c) 687
d) 768
e) 828