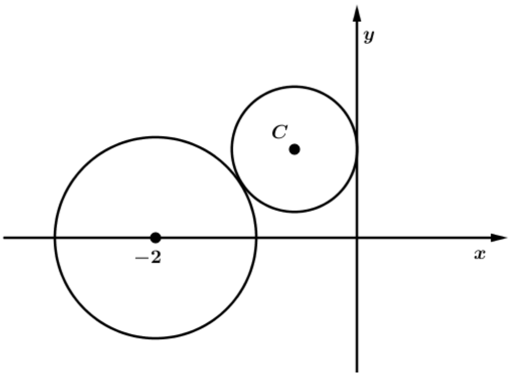
LUGARES GEOMÉTRICOS

1. Um ponto se move no plano de modo que a sua distância á reta de $r: x-4=0$ é metade da distância ao ponto $A(-2,0)$. O lugar geométrico descrito pelo ponto P é
a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

2. São dados os vértices B e C de um triângulo ABC. O vértice A varia sobre uma reta paralela ao lado BC=a, distando k desse lado. O lugar geométrico do baricentro de ABC é
a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

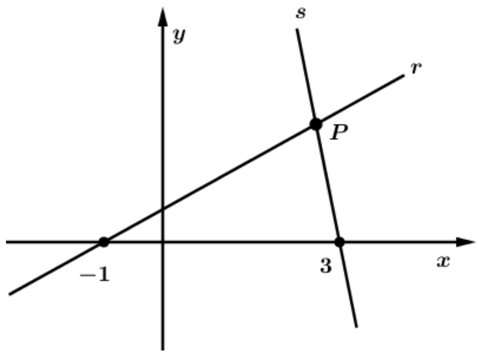
3. O lugar geométrico dos centros das circunferências que passam pelo ponto A(2,0) e que são tangentes ao eixo Ox é
a) um par de retas.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

4. Na figura a seguir a circunferência λ de centro $(-2,0)$ é fixa.



A circunferência de centro C é tangente ao eixo das ordenadas e à circunferência λ. O lugar geométrico de C quando a segunda circunferência varia é
a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) um ramo de hipérbole.
e) uma parábola.

5. Na figura a seguir, a reta r passa pelo ponto $(-1,0)$ e a reta s passa pelo ponto $(3,0)$.



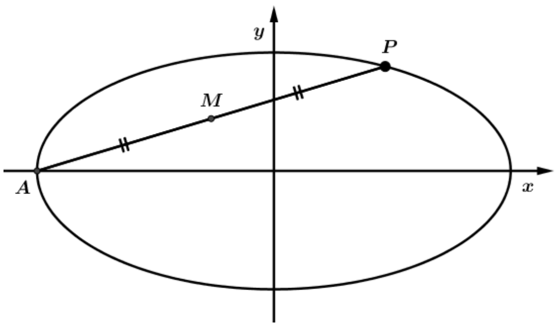
Se o produto dos coeficientes angulares das retas r e s é 2, então o lugar geométrico do ponto P de interseção dessas retas é
a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

6. Considere a circunferência $x^2+y^2=4$. O lugar geométrico dos pontos médios das cordas de comprimento 2 é
a) um par de retas.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

7. (UFC-01) Um segmento de reta desloca-se no plano cartesiano de tal forma que uma de suas extremidades permanece sempre no eixo Oy e o seu ponto médio permanece sempre no eixo Ox. Então, a sua outra extremidade desloca-se ao longo de uma:
a) circunferência.
b) parábola.
c) reta.
d) elipse.
e) hipérbole.

8. Sejam as retas $r: x+y=1$ e $s: y-x=1$. O lugar geométrico dos pontos P tais que o produto das distâncias de P às retas r e s é igual ao quadrado da sua distância ao eixo Ox é
a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) um ramo de hipérbole.
e) uma parábola.

9. Na figura a seguir está representada a elipse de equação $x^2+4y^2=16$



Do vértice A da elipse, traça-se uma reta r que corta a elipse em P. A equação do lugar geométrico do ponto M, médio de AP, quando a reta r varia é

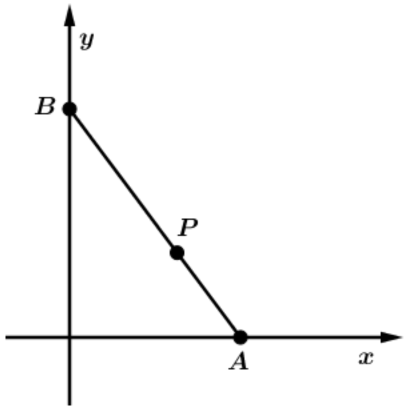
a) $x^2 + 2x + 4y^2 = 0$

b) $x^2 - 4x + 4y^2 = 0$

c) $x^2 + 4x - y^2 = 0$

d) $x^2 + 4x + 4y^2 = 0$

10. O segmento AB, de 12 unidades de comprimento, desloca-se de modo que A percorre o eixo das abscissas e B percorre o eixo das ordenadas. O ponto P pertence ao segmento AB e dista 8 unidades de A, conforme a figura a seguir



O lugar geométrico do ponto P é um subconjunto de

a) uma reta.
b) uma circunferência.
c) uma elipse.
d) uma hipérbole.
e) uma parábola.

11. (ITA-90) Sejam as retas (r) e (s) dadas respectivamente pelas equações $3x - 4y + 12 = 0$ e $3x - 4y + 4 = 0$. Considere ℓ o lugar geométrico dos centros das circunferências que tangenciam simultaneamente (r) e (s). Uma equação que descreve ℓ é dada por:

a) $3x - 4y + 8 = 0$

b) $3x + 4y + 8 = 0$

c) $x - y + 1 = 0$

d) $x + y = 0$

e) $3x - 4y - 8 = 0$

12. (ITA-09) No plano, considere S o lugar geométrico dos pontos cuja soma dos quadrados de suas distâncias à reta $t: x = 1$ e ao ponto $A(3,2)$ é igual a 4. Então, S é:

a) uma circunferência de raio $\sqrt{2}$ e centro $(2,1)$

b) uma circunferência de raio 1 e centro $(1,2)$

c) uma hipérbole

d) uma elipse de eixos de comprimento $2\sqrt{2}$ e 2

e) uma elipse de eixos de comprimento 2 e 1

13. (ITA-03) Considere a família de circunferências com centros no segundo quadrante e tangentes ao eixo Oy. Cada uma destas circunferências corta o eixo Ox em dois pontos, distantes entre si de 4 cm. Então, o lugar geométrico dos centros destas circunferências é parte:

a) de uma elipse
b) de uma parábola
c) de uma hipérbole
d) de duas retas concorrentes
e) da reta $y = -x$.

14. (ITA-01) Seja o ponto $A(r, 0)$, $r > 0$. O lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ tais que é de $3r^2$ a diferença entre o quadrado da distância de P e A e o dobro do quadrado da distância de P à reta $y = -r$ é:

a) uma circunferência centrada em $(r, -2r)$ com raio r

b) uma elipse centrada em $(r, -2r)$ com semieixos valendo r e 2r

c) uma parábola com vértice em $(r, -r)$

d) duas retas paralelas distando $r\sqrt{3}$ uma da outra

e) uma hipérbole centrada em $(r, -2r)$ com semieixos valendo r

15. Uma reta r passa pela origem e intercepta a reta $s: x - y - 1 = 0$ no ponto A e a reta $x - 1 = 0$ no ponto B. A equação do lugar geométrico do ponto médio do segmento AB à medida que r gira em torno da origem é

a) $x^2 - xy - x + y = 0$

b) $x^2 - 2xy - x + 2y = 0$

c) $x^2 - xy - 2x + y = 0$

d) $2x^2 - 2xy - 2x + y = 0$

16. Dizemos que um triângulo é pseudorretângulo quando a diferença entre as medidas de dois de seus ângulos é 90°. Fixados dois pontos A e B, identifique o lugar geométrico do ponto P de modo que o triângulo ABP seja pseudorretângulo.

17. (UFC-99) O lado AB de um triângulo ABC mede 3 unidades de comprimento. Determine uma equação do lugar geométrico descrito pelo vértice C quando este se desloca de tal forma que o ângulo $C\hat{B}A$ tenha como medida o dobro da medida do ângulo $C\hat{A}B$.

18. Seja AB um diâmetro fixo de uma circunferência e MN uma corda variável perpendicular a AB. Determine o lugar geométrico dos pontos de interseção das retas AM e NB.

19. (IME-95) Seja ABC um triângulo qualquer no qual os vértices B e C são fixos. Determine o lugar geométrico descrito pelo ponto A, variável, sabendo que os ângulos B e C satisfazem a relação $tgB \cdot tgC = k$, k constante real. Discuta a solução para os diversos valores de k.

20. (IME-14) O lado $\overline{BC}$ de um triângulo ABC é fixo e tem comprimento a. O ortocentro H do triângulo percorre uma reta paralela à reta suporte $\overline{BC}$ e distante $\frac{a}{4}$ da mesma.

a) Determine o lugar geométrico do ponto A quando H varia.

b) Determine o valor máximo da área do triângulo ABC quando A e H estão no semi-plano definido pela reta suporte $\overline{BC}$.

21. (IME/CG-99) Em um círculo de centro O e diâmetro fixo AB, traça-se uma corda MN paralela a AB, onde M está mais próximo de B, e cujo ponto médio é L. Determine o lugar geométrico do ponto P, interseção dos segmentos de reta BL e OM, quando a corda MN varia.

Gabarito

1. C

2. A

3. E

4. E

5. D

6. B

7. D

8. D

9. D

10. C

11. A

12. D

13. C

14. E

15. D

16. Hipérbole de focos A e B

17. Hipérbole de equação

$$(x-1)^2 - \frac{y^2}{3} = 1$$

18. Hipérbole equilátera de eixo real AB

19.

$0 < k < 1 \Rightarrow$ elipse horizontal

$k = 1 \Rightarrow$ circunferência

$k > 1 \Rightarrow$ elipse vertical

20.

a) Parábola de equação $y = -\frac{4x^2}{a} + a$

b) $\frac{a^2}{2}$

21. Parábola de foco O e diretriz perpendicular a AB passando por B