Áreas de Figuras Planas – Profª Rairis Faetti – Aulão Brasil 22/08/2020

1. (Enem 2019) Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo $6\text{ m},$ é cercado por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em $8\text{ m},$ o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m^2 de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.
Utilize 3 como aproximação para $\pi.$

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

a) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $21\text{ m}^2.$

b) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $24\text{ m}^2.$

c) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $48\text{ m}^2.$

d) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $108\text{ m}^2.$

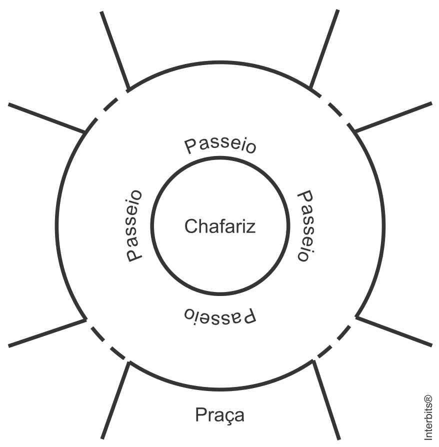
e) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $120\text{ m}^2.$

2. (Enem 2019) Uma administraçمo municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalizaçمo para colocar em seu pلtio de estacionamento.
O profissional contratado para o serviço inicial pintarل o fundo de dez placas e cobrarل um valor de acordo com a لrea total dessas placas. O formato de cada placa é um cيrculo de diâmetro $d = 40\text{ cm},$ que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é $h = 60\text{ cm},$ conforme lustrado na figura. Use $3{,}14$ como aproximaçمo para $\pi.$

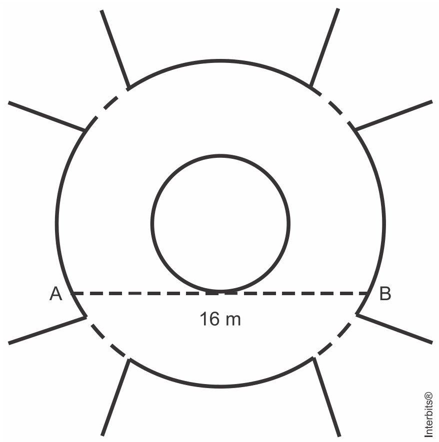
Qual é a soma das medidas das لreas, em centيmetros quadrados, das dez placas?

a) 16.628
b) 22.280
c) 28.560
d) 41.120
e) 66.240

3. (Enem 2018) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



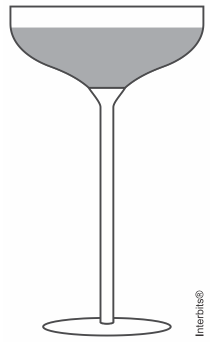
O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta $AB: 16\text{ m}$.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

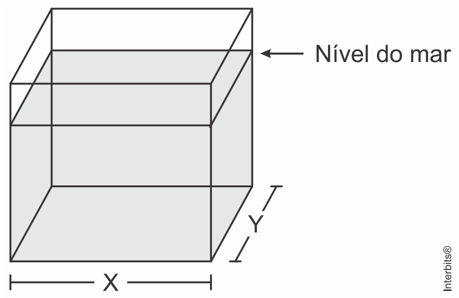
A medida encontrada pelo engenheiro foi
a) 4π
b) 8π
c) 48π
d) 64π
e) 192π

4. (Enem 2017) Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



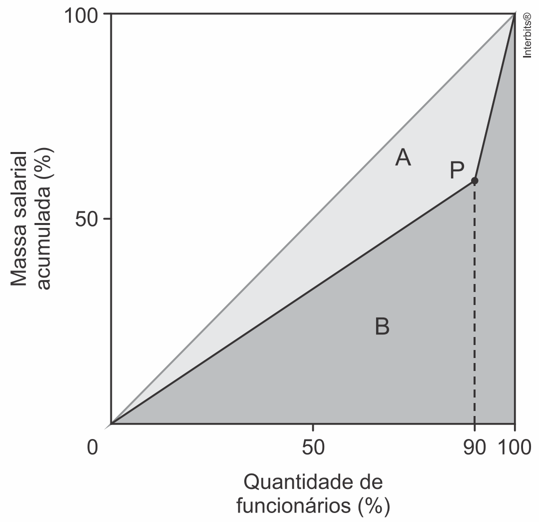
A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a
a) 192.
b) 300.
c) 304.
d) 320.
e) 400.

5. (Enem 2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de $Y,$ em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?
a) 1 e 49
b) 1 e 99
c) 10 e 10
d) 25 e 25
e) 50 e 50

6. (Enem 2016) A distribuição de salários pagos em uma empresa pode ser analisada destacando-se a parcela do total da massa salarial que é paga aos 10% que recebem os maiores salários. Isso pode ser representado na forma de um gráfico formado por dois segmentos de reta, unidos em um ponto $P,$ cuja abscissa tem valor igual a $90,$ como ilustrado na figura.
No eixo horizontal do gráfico tem-se o percentual de funcionários, ordenados de forma crescente pelos valores de seus salários, e no eixo vertical tem-se o percentual do total da massa salarial de todos os funcionários.



O Índice de Gini, que mede o grau de concentração de renda de um determinado grupo, pode ser calculado pela razão $\frac{A}{A+B}$, em que A e B são as medidas das áreas indicadas no gráfico.
A empresa tem como meta tornar seu Índice de Gini igual ao do país, que é $0{,}3.$ Para tanto, precisa ajustar os salários de modo a alterar o percentual que representa a parcela recebida pelos 10% dos funcionários de maior salário em relação ao total da massa salarial.

Disponível em: www.ipea.gov.br. Acesso em: 4 maio 2016 (adaptado).

Para atingir a meta desejada, o percentual deve ser
a) 40%
b) 20%
c) 60%
d) 30%
e) 70%

7. (Enem 2016) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

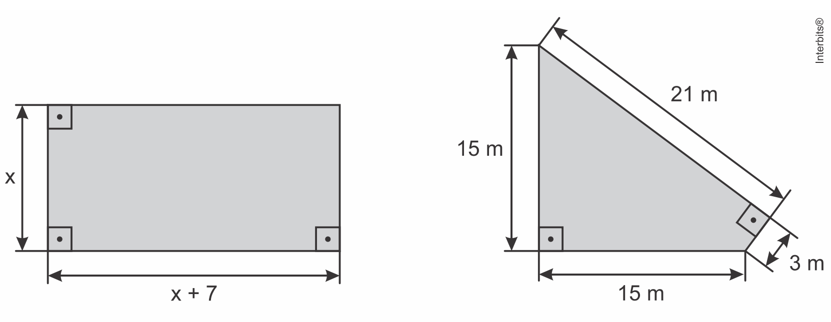
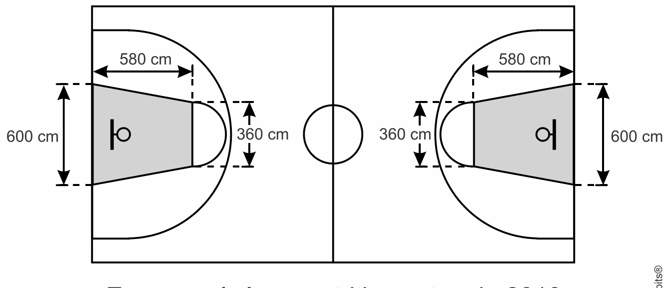


Figura A
Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a
a) $7{,}5$ e $14{,}5.$

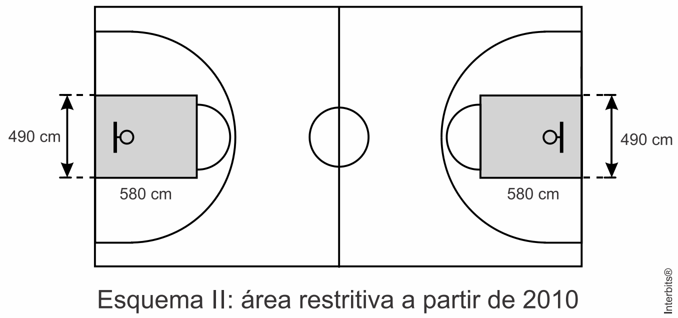
b) $9,0$ e $16,0$.
c) $9,3$ e $16,3$.
d) $10,0$ e $17,0$.
e) $13,5$ e $20,5$.

8**.** (Enem 2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

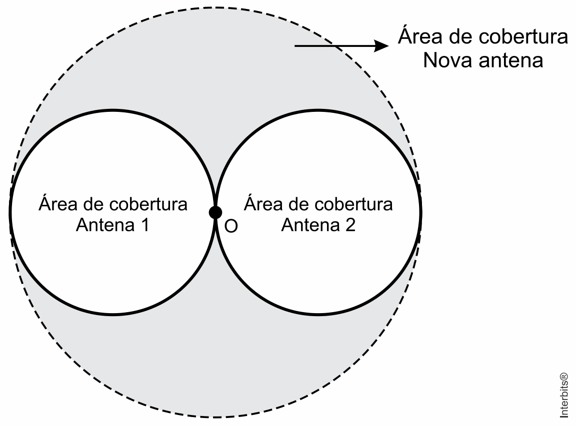
Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)
a) aumento de 5.800 cm^2.
b) aumento de 75.400 cm^2.
c) aumento de 214.600 cm^2.
d) diminuição de 63.800 cm^2.
e) diminuição de 272.600 cm^2.

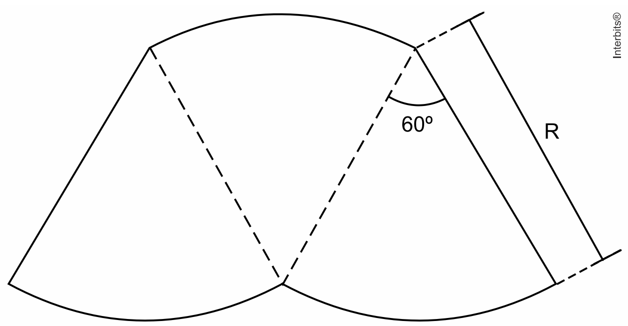
9**.** (Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em
a) $8\pi.$
b) $12\pi.$
c) $16\pi.$
d) $32\pi.$
e) $64\pi.$

10. (Enem 2015) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a $60°.$ O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões $50\text{ m} \times 24\text{ m}.$

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.

Considere $3{,}0$ como aproximação para $\pi.$

O maior valor possível para $R,$ em metros, deverá ser
a) 16.
b) 28.
c) 29.
d) 31.
e) 49.

11. (Enem 2013) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros. Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas.
Devido a uma demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada.

A quantidade X, de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a:
a) $\frac{N}{9}$
b) $\frac{N}{6}$
c) $\frac{N}{3}$
d) 3N
e) 9N

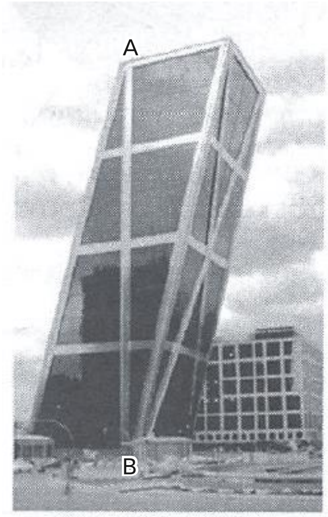
12. (Enem 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em
a) 4%.
b) 20%.
c) 36%.
d) 64%.
e) 96%.

13. (Enem 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.



Disponível em: www.flickr.com.
Acesso em: 27 mar. 2012

Utilizando $0,26$ como valor aproximado para tangente de $15°$ e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

a) menor que $100\ m^2$.

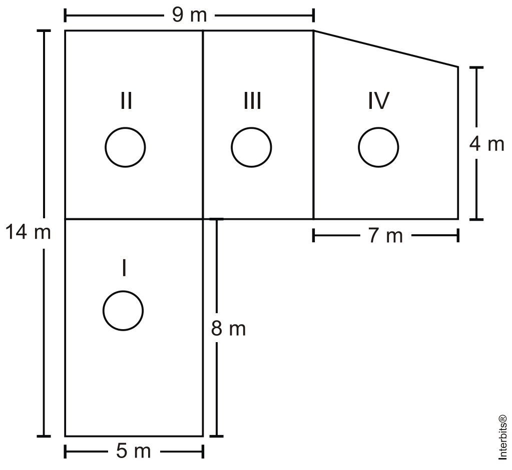
b) entre $100\ m^2$ e $300\ m^2$.

c) entre $300\ m^2$ e $500\ m^2$.

d) entre $500\ m^2$ e $700\ m^2$.

e) maior que $700\ m^2$.

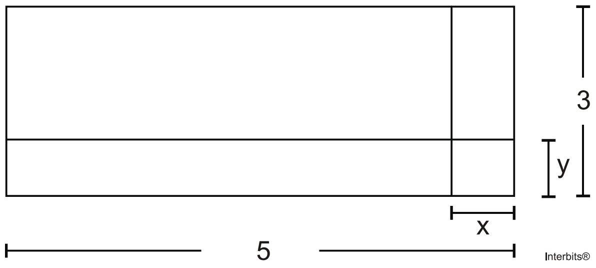
14. (Enem 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos é um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários
a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.

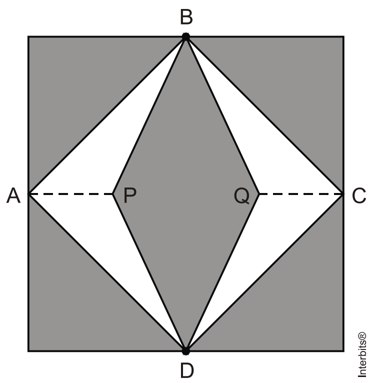
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

15**.** (Enem 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).



Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:
a) 2xy
b) 15 – 3x
c) 15 – 5y
d) –5y – 3x
e) 5y + 3x – xy

16**.** (Enem 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2.

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?
a) R$ 22,50
b) R$ 35,00
c) R$ 40,00
d) R$ 42,50
e) R$ 45,00

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

A nova área que será pavimentada corresponde a uma coroa circular de raios $\frac{6}{2} = 3\text{ m}$ e $\frac{6+8}{2} = 7\text{ m}.$ Assim, como tal área vale

$$\pi \cdot (7^2 - 3^2) = 40 \cdot \pi \cong 120\text{ m}^2,$$

podemos concluir que o material disponível em estoque não será suficiente.

Resposta da questão 2:
[B]

Desde que a área de cada placa é a soma das áreas de um quadrado de lado 40cm com um semicírculo de raio $\frac{40}{2} = 20\text{cm},$ podemos concluir que a resposta é

$$\begin{aligned} 10 \cdot \left(40 \cdot 40 + \frac{\pi \cdot 20^2}{2}\right) &\cong 10 \cdot 2228 \\ &\cong 22280\text{ m}^2. \end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
[D]

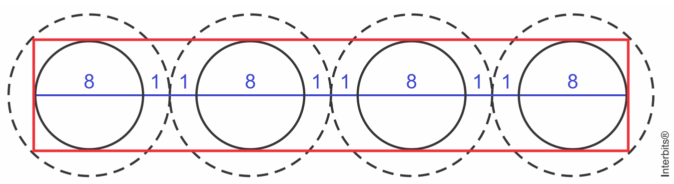
Sejam O e $M,$ respectivamente, o centro do chafariz e o ponto médio do segmento de reta $AB.$ Logo, se $R = \overline{OB}$ é o raio da praça e $r = \overline{OM}$ é o raio do chafariz, então, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$R^2 = r^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \Leftrightarrow R^2 - r^2 = 64.$$

A área do passeio é $\pi \cdot (R^2 - r^2) = 64\pi\text{ m}^2.$

Resposta da questão 4:
[C]

As taças devem ficar alinhadas, portanto seus diâmetros também ficarão. O desenho a seguir demonstra a disposição das taças, sendo os círculos menores suas bases (raio de $4\text{ cm})$ e os círculos maiores pontilhados suas bordas superiores (raio de $5\text{ cm}).$ Em vermelho está delimitada a área mínima da bandeja.



Assim, a área mínima seria:
$A = 38 \cdot 8 = 304\text{ cm}^2$

Resposta da questão 5:
[D]

Calculando:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ x \cdot y = S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ x \cdot y = S \end{cases} \Rightarrow x \cdot (50 - x) = S \Rightarrow x_{máx} = y_{máx} = 25$$

Resposta da questão 6:
[A]

Seja y_p a ordenada do ponto $P,$ de tal sorte que

$$B = \frac{90 \cdot y_p}{2} + \left(\frac{y_p + 100}{2}\right) \cdot 10 = 50 \cdot y_p + 500.$$

Assim, temos

$$A = \frac{100 \cdot 100}{2} - B = 4.500 - 50 \cdot y_p.$$

Desse modo, se a meta é $0,3,$ então

$$\begin{aligned} \frac{A}{A+B} = 0,3 &\Leftrightarrow A = 1.500 \\ &\Leftrightarrow 4.500 - 50 \cdot y_p = 1.500 \\ &\Leftrightarrow y_p = 60. \end{aligned}$$

Portanto, a resposta é $(100 - 60)\% = 40\%.$

Resposta da questão 7:
[B]

Sabendo que as áreas são iguais, temos

$$\begin{aligned} x \cdot (x+7) = \frac{15 \cdot 15}{2} + \frac{21 \cdot 3}{2} &\Leftrightarrow x^2 + 7x - 144 = 0 \\ &\Rightarrow x = 9 \text{ m}. \end{aligned}$$

Portanto, o comprimento e a largura devem medir, respectivamente, 16 m e $9 \text{ m}.$

Obs.: *Aparentemente houve um engano na ordem das medidas da alternativa [B].*

Resposta da questão 8:
[A]

Antes da modificação, a área de cada garrafão era de

$$\frac{360 + 600}{2} \cdot 580 = 278.400 \text{cm}^2$$

Após a modificação tal área passou a ser de

$$490 \cdot 580 = 284.200 \text{cm}^2.$$

Portanto, houve um aumento de $284200 - 278400 = 5.800\,\text{cm}^2$.

Resposta da questão 9:
[A]

A área total de cobertura das duas antenas era de $2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 8\pi\ \text{km}^2$. Com a nova antena, a área passou a ser de $\pi \cdot 4^2 = 16\pi\ \text{km}^2$. Portanto, o aumento foi de $16\pi - 8\pi = 8\pi\ \text{km}^2$.

Resposta da questão 10:
[B]

Sendo $3 \cdot 60° = 180°$, vem

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 < 50 \cdot 24 \Rightarrow R^2 < 800$$
$$\Rightarrow 0 < R < 28{,}2\ \text{m}.$$

Portanto, o maior valor natural de R, em metros, é 28.

Resposta da questão 11:
[A]

Seja S' a área coberta pelas placas de uma caixa nova. Como $S = N \cdot y^2$, $S' = X \cdot 9y^2$ e $S' = S$, temos

$$X \cdot 9y^2 = N \cdot y^2 \Leftrightarrow X = \frac{N}{9}.$$

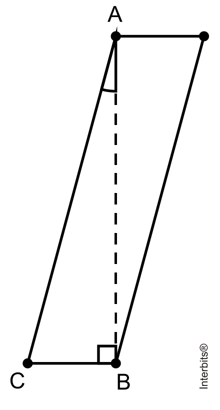
Resposta da questão 12:
[C]

Sendo de 20% a redução nas medidas dos lados, tem-se que a redução na área é dada por

$$1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%.$$

Resposta da questão 13:
[E]

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



Do triângulo ABC, obtemos

$$\operatorname{tg} B\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \operatorname{tg}15^\circ = \frac{\overline{BC}}{114}$$
$$\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0{,}26$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29{,}64 \text{ m}.$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29{,}64)^2 \cong 878{,}53 \text{ m}^2.$$

Resposta da questão 14:
[C]

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos

$$S_I = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}^2,$$

$$S_{II} = (14-8) \cdot 5 = 30 \text{ m}^2,$$

$$S_{III} = (14-8) \cdot (9-5) = 24 \text{ m}^2$$
e
$$S_{IV} = \frac{(14-8)+4}{2} \cdot 7 = 35 \text{ m}^2.$$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

Resposta da questão 15:
[E]

Como o retângulo de dimensões $x \times y$ está contido nos retângulos de dimensões $5 \times y$ e $3 \times x$, segue que a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por $3x + 5y - xy$.

Resposta da questão 16:
[B]

O custo pedido é dado por

$$\left(1^2 - 4 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2}\right) \cdot 30 + 4 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} \cdot 50 = \frac{3}{4} \cdot 30 + \frac{1}{4} \cdot 50$$
$$= \text{R\$ } 35{,}00.$$