TÉCNICAS DE SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS CC
Prof. Ulisses Castro – Colégio 7 de Setembro – Fortaleza-CE.

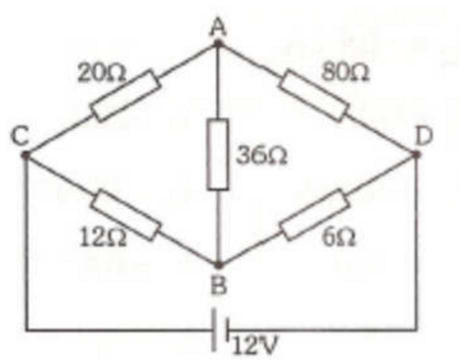
I) Método Thévenin

A transformação de Thévenin consiste em encontrar uma única tensão e uma única resistência que substituam uma rede. Calculam-se esses equivalentes da seguinte forma:

$\mathbf{V_{Th}}$ = Tensão obtida nos terminais A e B em circuito aberto.
$\mathbf{R_{Th}}$ = Resistência equivalente entre os terminais A - B, ao se anular todas as fontes independentes.

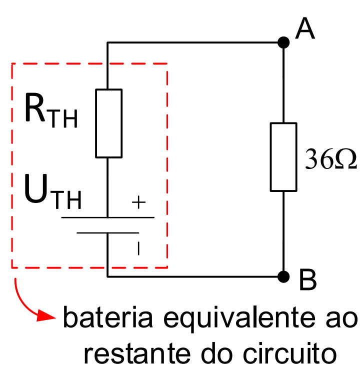
Observe os exemplos a seguir:

Ex1.: No circuito abaixo, determine o sentido e a intensidade da corrente no resistor de 36Ω.

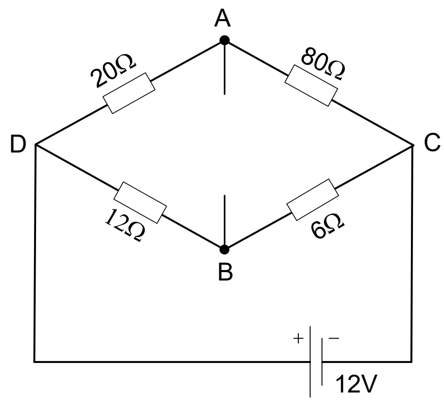


Sol.:

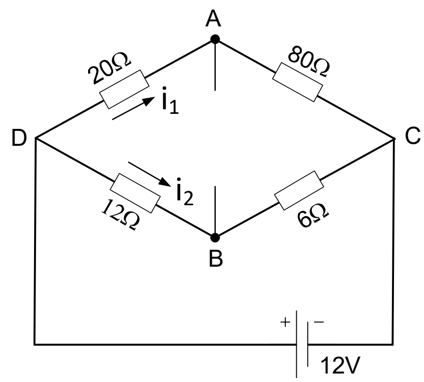
Seria bem mais fácil se o resistor de 36Ω fosse alimentado por uma fonte de tensão simples:



Para proceder a transformação, retire do circuito o elemento que será alimentado pela bateria Thévenin:



Determine a ddp entre os pontos A e B no circuito aberto.



$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{12}{20+80} = 0{,}12\text{A} \\ i_2 = \dfrac{12}{12+6} = \dfrac{2}{3}\text{A} \end{cases}$$

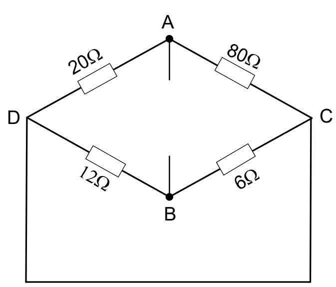
$$U_{TH} = U_{AB} = -20i_1 + 12i_2$$

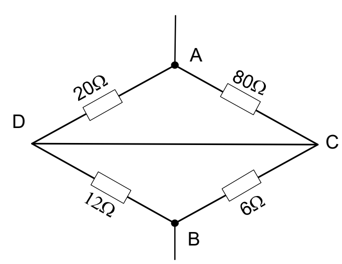
$$U_{TH} = U_{AB} = -2{,}4 + 8$$

$$U_{TH} = U_{AB} = 5{,}6\text{V}$$

Como $U_{AB} > 0$, significa que $V_A > V_B$ e a corrente na resistência de 36Ω fluirá de A para B.

Agora, calcula-se R_{TH} como sendo R_{AB} com todas as f.e.m. curto-circuitadas.





$$R_{TH} = \frac{20 \cdot 80}{20+80} + \frac{12 \cdot 6}{12+6}$$

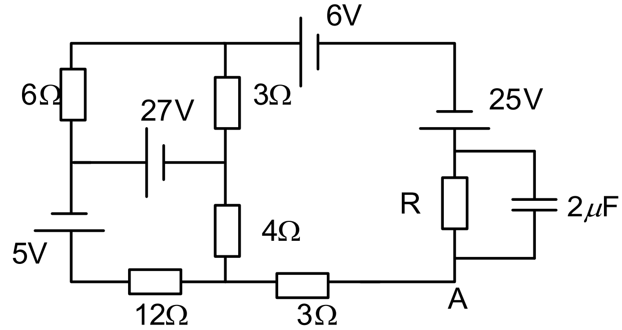
$$R_{TH} = 16 + 4$$

$$R_{TH} = 20\Omega$$

Então, o circuito que alimenta o resistor de 36Ω equivale a uma bateria de fem 5,6V e r = 20Ω, portanto, a corrente pedida será de:

$$i = \frac{5{,}6}{20+36} = 0{,}1\text{A}$$

Ex2.: Observe o circuito onde todos os geradores/receptores são ideais.



Na condição em que o resistor R recebe a máxima potência, responda:

A) Determine o valor de R.

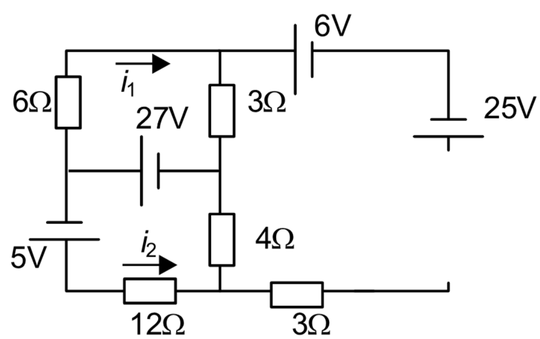
B) Determine a energia acumulada no capacitor no regime estacionário.

C) Determine o tempo necessário para que o calor dissipado por R eleve em 1 °C a temperatura de 1 litro de água. ($c_{água}$ = 4 J/g °C).

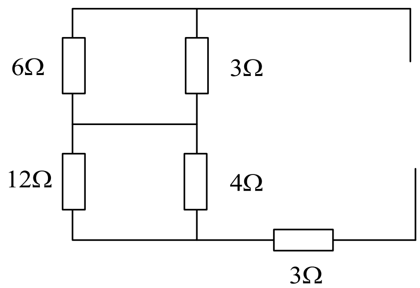
D) Depois de quantos segundos, considerando descarregado após 4 constantes de tempo, o capacitor estará descarregado se interrompermos o circuito no ponto A?

Sol.:

Fazendo a equivalência Thévenin do circuito que alimenta o resistor e o capacitor:



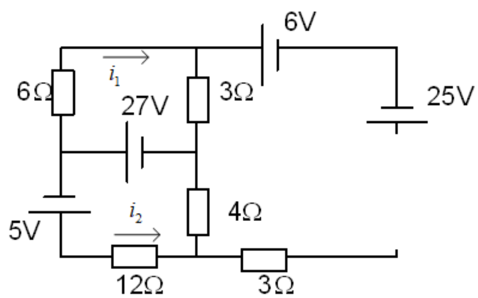
Anulando as fem, temos:



A resistência Thévenin será:

$$R_{TH} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} + \frac{12 \cdot 4}{12 + 4} + 3 = 2 \ + 3 + 3 = 8\Omega$$

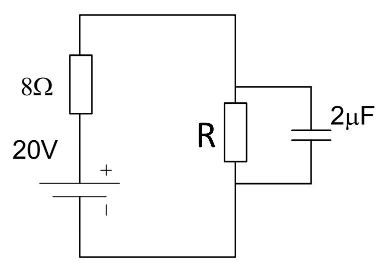
A f.e.m. equivalente (U_{TH}) será:



$$\begin{cases} i_1 = \frac{27}{6 + 3} = 3A \\ i_2 = \frac{27 + 5}{12 + 4} = 2A \end{cases}$$

$U_{TH} = 25 – 6 + (3\ i_1) – (4\ i_2) + 0$
$U_{TH} = 25 – 6 + (3 \cdot 3) – (4 \cdot 2) + 0 = 20$ V.

Então o circuito original pode ser resumido assim:



A) Para $Pot_{máx}$, a resistência externa deve ser igual à interna da bateria: $R = R_{TH} = 8\ \Omega$

B) Nessa condição, a ddp sobre R e o capacitor é a metade de U_{TH}:

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{2 \cdot (10)^2}{2} = 100\ \mu J$$

C) Na condição de $Pot_{máx}$, R dissipa:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{10^2}{8} = 12,5\ W$$

$$P \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$12,5 \cdot \Delta t = 1000 \cdot 4 \cdot 1$$

$$\Delta t = 320\,s$$

D) Interrompendo em A, o capacitor descarregará através de R. A constante de tempo será RC = 8 x 2 = 16 μs; então, o tempo de descarga será 4 x 16 = 64 μs.

II) Método Millman

O Teorema de Millman é útil quando queremos reduzir um grupo de geradores em paralelo a um só gerador equivalente. Seu enunciado pode ser resumido no seguinte

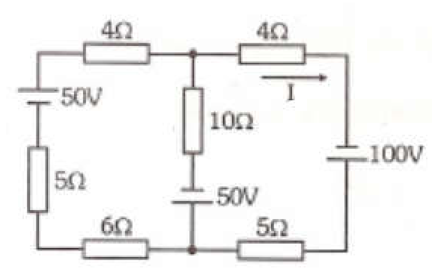
“ A corrente de curto-circuito do gerador equivalente é igual à soma das correntes de curto-circuito dos geradores associados em paralelo”

Sua aplicação é simples; calcula-se a resistência do gerador equivalente procedendo do mesmo modo que no método Thévenin. Após isso, basta aplicar na proporção:

$$\frac{E_{eq}}{r_{eq}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \ldots + \frac{E_n}{r_n}$$

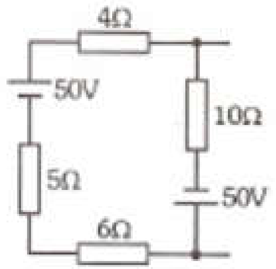
Caso algum gerador esteja invertido em relação aos demais, basta adicionar um sinal negativo à sua f.e.m.

Ex1.: Determine o trabalho que a fem de 100V realiza sobre as cargas em 10s de funcionamento do circuito.



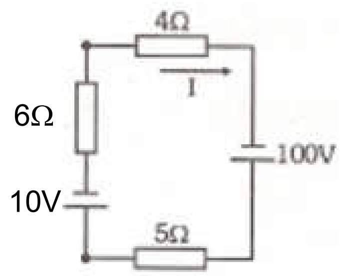
Sol.:

Para determinar o trabalho pedido, precisamos do valor da corrente I, indicada no circuito. Podemos usar o teorema de Millman para reduzir as duas baterias da esquerda a uma só:



$$r_{eq} = \frac{15 \cdot 10}{15+10} = 6\Omega$$
$$\frac{\varepsilon_{eq}}{6} = \frac{50}{15} + \frac{(-50)}{10}$$
$$\frac{\varepsilon_{eq}}{6} = \frac{100-150}{30}$$
$$\varepsilon_{eq} = -10V$$

O circuito equivalente fica:

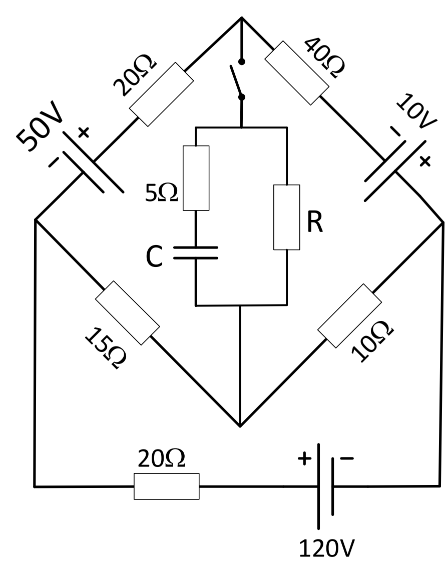


$$I = \frac{100-10}{6+4+5} = 6A$$

O trabalho procurado será:

$$W = q \cdot \varepsilon = (i\Delta t)\varepsilon$$
$$W = 6 \cdot 10 \cdot 100$$
$$W = 6000J$$

Ex2.: No circuito da figura, C=10µF e o resistor R está mergulhado em 400g de água num calorímetro de capacidade térmica 100 cal/°C. A chave é acionada em t=0. Usando 1cal = 4 J, $c_{água}$=1cal/g°C e L_v = 540cal/g, determine:



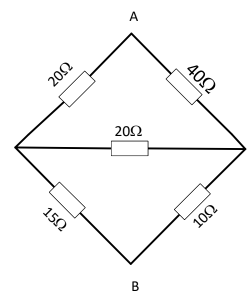
a) o menor tempo necessário para formar 125g de vapor no calorímetro; (despreze o tempo de carga do capacitor.)
b) a carga final no capacitor, se R=30 Ω;

Sol.:

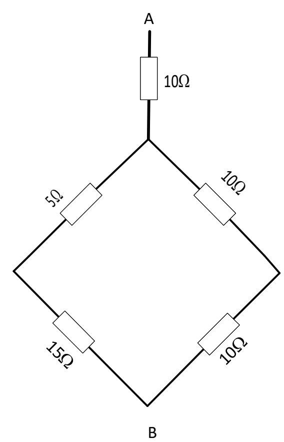
Inicialmente devemos reduzir todo o circuito periférico a uma bateria Thévenin, pois para potência máxima em R, devemos ter R = R_{TH}.

I) Cálculo de R_{TH}

Jumpeando as baterias, as resistências entre A e B compõem uma ponte de Wheatstone desequilibrada.



Fazendo o Δ-Y da parte superior:

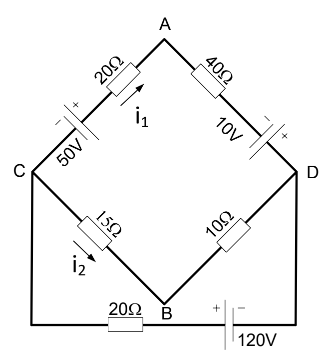


$$\Delta - Y: \begin{cases} r_1 = \dfrac{20 \cdot 20}{80} = 5\Omega \\ r_2 = r_3 = \dfrac{40 \cdot 20}{80} = 10\Omega \end{cases}$$

$$R_{TH} = \frac{(15+5)\cdot(10+10)}{(15+5)+(10+10)} + 10 \Rightarrow \boxed{R_{TH} = 20\Omega}$$

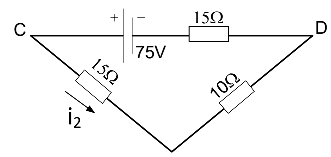
II) Cálculo das i_{TH}:

Usando o método de Millman para juntar as baterias de cima com a de baixo e determinar a bateria equivalente entre C e D e com isso as correntes i_1 e i_2.



$$* \frac{\varepsilon}{20//60} = \frac{-60}{60} + \frac{120}{20} \Rightarrow 4\varepsilon = -60 + 360 \Rightarrow \varepsilon = \frac{300}{4} = 75V$$

$$i_2 = \frac{75}{15+10+15} = 1{,}88A$$



$$U_{CD} = 75 - 15i_2 = 75 - 15(1{,}88) = 46{,}8V$$

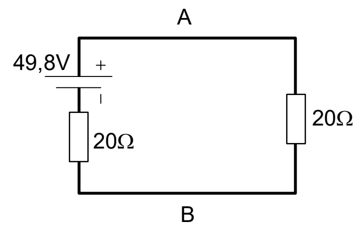
$$i_1 = \frac{46{,}8+50+10}{15+20+40} = 1{,}42A$$

III) Calculando U_{TH} entre A e B:

$$U_{TH} = -20 \cdot i_1 + 50 + 15 \cdot i_2$$
$$U_{TH} = -20 \cdot 1{,}42 + 50 + 15 \cdot 1{,}88$$
$$\Rightarrow \boxed{U_{TH} = 49{,}8V}$$

IV) Calculando a potência máxima em R:

$$Pu_{max} = \frac{(49{,}8)^2}{4 \cdot 20} = 31W$$



circuito de aquecimento

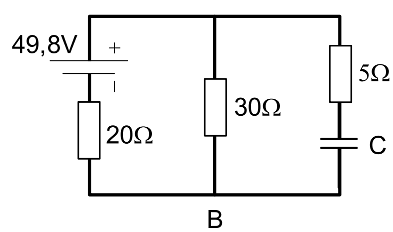
a)

$$P \cdot \Delta t = mc\Delta\theta + mL + 100 \cdot 4{,}1 \cdot 80$$
$$31\Delta t = (400 \cdot 1 \cdot 80 + 125 \cdot 540 \cdot + 100 \cdot 80) \cdot 4$$
$$\Delta t = \frac{(400 \cdot 1 \cdot 80 + 125 \cdot 540 + 100 \cdot 80) \cdot 4}{31 \cdot 3600}$$
$$\Delta t = 3{,}8h$$

b) Recalculando para R=30Ω

U_{AB} do circuito de carga:

$$i = \frac{49{,}8}{20+30} \cong 1A \Rightarrow U_{AB} = 30 \cdot 1 = 30V$$



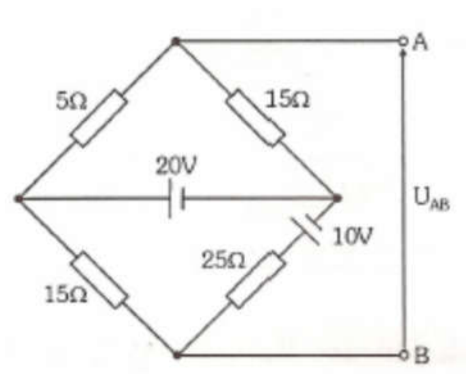
circuito de carga

$$Q = C \cdot U_R = 10 \cdot 30 = 300\mu C$$

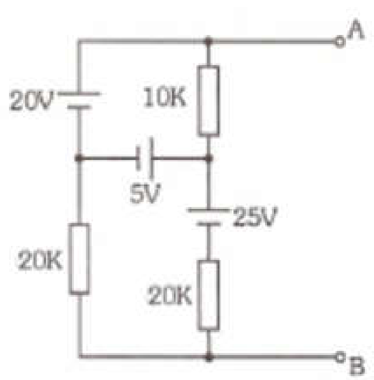
EXERCÍCIO PROPOSTO

Determine a potência máxima, que pode ser obtida nos terminais A e B dos circuitos a seguir.

a)



b)



Respostas

a) ≅ 29,7mW
b) 22,5 mW